Умножение многочленов

Борисова А.Н, учитель математики
МОУ «ЦО «Тавла» - СОШ 17» г.о. Саранск

Когда ребенок идет в школу, большинство родителей думает, что учителя с легкостью научат их чадо всему. Однако, как показывает практика, это далеко не так. Дети сталкиваются с такой проблемой, как непонимание программы, и это абсолютно естественное явление.

Чтобы решить проблему, в первую очередь нужно разобраться в причине и устранить ее. В большинстве случаев трудности возникают из-за банальной невнимательности ребенка. Также часто бывает такое, что ребенок стесняется переспрашивать у учителя, боясь показаться глупее, чем он есть на самом деле, в глазах педагога или своих сверстников. В таком случае следует поговорить с ним и дать понять, что в уточнении некоторых деталей, неясных ему после объяснения материала, нет ничего постыдного и никто его за это ругать не будет. Наоборот, чаще всего учителя поощряют такое поведение. Обучаемость ребенка зависит от его природных данных, заложенных генами, его усидчивости и готовности учиться. Многим детям не даются точные науки, так как от рождения у них более выражена склонность к естественным и гуманитарным. Но, увы, в школе нет возможности выбора предметов для изучения.

Итак, после выяснения причины возникает следующий вопрос: «Как объяснить ребенку умножение многочленов?» Ведь знание данной темы очень важно, для успешного обучения ребенка.

В основной школе содержание материала в курсе алгебры группируется вокруг понятий «одночлен» и «многочлен», учащиеся овладевают навыками преобразований целых и дробных выражений, содержащие не только цифры, но и буквы, получают представления об операции извлечения корня, знакомятся с понятием уравнения, овладевают алгоритмами решения задач с несколькими неизвестными, изучают формулы сокращенного умножения. Без систематизированных знаний по теме «Одночлены и многочлены» трудно представить, как можно выполнять математические операции, не владея понятийным аппаратом по данной теме. Поэтому требуется обратить внимание на методику обучения теме «Одночлены и многочлены», которая закладывает основы для изучения линии тождественных преобразований на протяжении всего курса математики в основной школе. Кроме того, основные понятия, рассматриваемые в данной теме, имеют место в заданиях ОГЭ.

В 7 классе учащихся знакомятся с понятием одночлена и многочлена, и на протяжении всего обучения с 7-9 класс эти понятия «пронизывают» множество тем, связанных с тождественными преобразованиями выражений и широко используются при выводе формул, решении уравнений, неравенств и их систем, нахождении значений выражений, исследовании функций».

В начале урока учителю трудно собрать ученика, если он не понимает актуальности изучаемого. В рамках программы за 6 - 7 класс сложно найти примеры использования правила умножения многочленов. Поэтому можно сделать упор на необходимость учиться менять порядок действий в выражениях. То, что это помогает решать задачи, ученик должен знать по опыту сложения подобных слагаемых. Ему уже приходилось складывать подобные слагаемые при решении уравнений. Например, в $3x+9x+10=34$ он использует, что $3x+9x=12x$. Учитель просто должен акцентировать на этом внимание школьника.

Прием раскрытия скобок можно назвать **правилом «фонтанчика»**.

$$(x+2)(x-3)=x^2-3x+2x-6$$

Этот образ хорошо запоминается и его обязательно нужно использовать. Но как донести до ребенка суть данного правила. К концу 6 класса у учащихся формируется понимание умножения числа на скобку, формируется визуальный образ объекта - определенное сочетание знаков (действий), связанных со скобками. Например: $6(x-6)=6x-36$. Но любое отклонение от привычного вида в сторону чего-то нового может дезориентировать семиклассника. Именно визуальный образ пары «число+скобка» необходимо брать в оборот при объяснениях.

Можно предложить следующее объяснение. Если бы перед скобкой стояло какое-нибудь число, например 5, то смогли бы мы изменить порядок действий в этом выражении? Конечно. Тогда сделаем это 5(6+4)=5*6+5*4. Давайте подумаем, изменится ли результат, если вместо числа 5 мы впишем сумму (2+3), заключенную в скобки? Любой ученик скажет: «Какая разница, как писать: 5 или (2+3)». Прекрасно. Получится запись (2+3)(6+4)=(2+3)*6+(2+3)*4. Необходимо взять небольшую паузу, чтобы ученик зрительно запомнил картинку-образ объекта. Затем обратить внимание на то, что скобка, как и число, «распределилась» или «прыгнула» к каждому слагаемому. Что это означает? Это означает, что данную операцию можно выполнять не только с числом, но и со скобкой. Получились две пары множителей (2+3)*6 и (2+3)*4. С ними большая часть учеников легко справляется самостоятельно и запишут результат 2*6+3*6+2*4+3*4. Важно сопоставить получившиеся пары с содержанием скобок (2+3) и (6+4) и станет понятно, как они открываются. После примера с числами, пример с буквами объяснить будет легче. После этого вводим общий алгоритм умножения многочленов:

1 шаг: каждый член первого многочлена умножаем на каждый член второго многочлена;

2 шаг: найти произведения полученных одночленов;

3 шаг: привести подобные слагаемые;

4 шаг: полученный многочлен записать в стандартном виде.

Формирование навыка умножения многочленов - один из важнейших этапов работы с данной темой. Обоснования преобразований забудутся уже на следующий день, а навык, если он вовремя сформирован и закреплен, останется. Ученики выполняют операцию механически, как будто извлекают из памяти таблицу умножения. Этого и нужно добиваться. Если каждый раз при раскрытии скобок школьник будет вспоминать о том, почему раскрывается так, а не иначе, он забудет о задаче, которую решает. Именно поэтому оставшееся время урока необходимо потратить на то, чтобы трансформировать понимание в механическое запоминание.

Как сформировать у школьника навык раскрытия скобок? Для этого ученик должен выполнить ряд упражнений в достаточном для закрепления количестве. При этом возникает другая проблема. Слабый семиклассник не справляется с возросшим количеством преобразований. Пусть даже мелких. И ошибки сыплются одна за другой. Что должен предпринять учитель? Во-первых, нужно рекомендовать подрисовывать стрелки от каждого слагаемого к каждому. Если ученик очень слабый и не способен быстро переключаться с одного вида работы на другой, теряет концентрацию при выполнении несложных команд преподавателя, то учитель сам рисует эти стрелки. Причем не все сразу. Сначала нужно соединить первое слагаемое левой скобки с каждым слагаемым правой скобки и попросить выполнить соответствующее умножение. Только после этого стрелки направляются от второго слагаемого в ту же правую скобку. Иными словами нужно разделить процесс на два этапа. Лучше выдерживать небольшую временную паузу (5-7 секунд) между первой и второй операцией.

Какие советы можно дать ученику?

1) Один набор стрелок нужно рисовать над выражениями, а другой под ними.

$$(x+2)(x-3)=x^2-3x+2x-6$$

2) Важно пропускать между строчками хотя бы пару клеток. Иначе запись будет очень плотной, а стрелки залезут не только на предыдущую строку, но и смешаются со стрелками от следующего упражнения.

3) В случае умножения скобок в формате 3 на 2 стрелки проводятся от короткой скобки к длинной. Иначе этих «фонтанчиков» будет не два, а три. Реализация третьего заметно усложняется в виду отсутствия для стрелок свободного пространства.

4) стрелки всегда направляются из одной точки.

При подборе заданий, на отработку изученного материала, нужно чтобы один вид заданий был в различных словесных интерпретациях. Это нужно, чтобы при дальнейшем обучении, формулировка задания не вводила учащихся в непонимание требований и применения изученных свойств.

Для лучшего усвоения данной темы, можно предложить следующие задания.

Устная работа

Сколько членов будет иметь произведение многочленов до приведения подобных слагаемых?

$(2B + 2) * (B - 4)$;

$(A^2 - A + B) * (3A + 67)$;

$(B^3 - B + 3) * (B^3 + 2B - 6)$;

Продолжите равенство:

$(A + B) * (B - 8) = AB - 8A\ldots$

$(X - 4)(X + 3) = X^2\ldots$

$(7 - Y)(Y - 2) = 7Y\ldots * \ldots * \ldots + 2y$

Письменная работа

1. 4 друга выполняли умножение многочлена на многочлен $(x + 4)(3x - 2)$.и получили разные ответы.

Иван: $3x^2 + 12x - 6$;

Дима: $5x^2 + 12x - 8$;

Юра: $3x^2 + 10x - 8$;

Сергей: $x^2 + 10x + 8$.

Кто выполнил задание правильно? Какую ошибку допустил Иван, Дима и Сергей?

2. Выполните умножение:

$(6m + 5n)(7m - 3n)$.

а) $22m^2 + 7mn - 25n^2$; *б*) $42m^2 + 7mn - 15n^2$;

в) $42m^2 + 7mn + 5n^2$; *г*) $32m^2 + 17mn - 15n^2$.

3. Упростите выражение:

$(x + 2)(x - 5) - 3x(1 - 2x)$.

а) $3x^2 - x - 10$; *б*) $5x^2 + 9x - 10$;

в) $x^2 - 6x + 10$; *г*) $5x^2 - 6x - 10$.

4. Упростите выражение:

$(a + 3)(a - 2) + (a - 3)(a + 6)$.

а) $2a^2 + 4a - 24$; *б*) $a^2 + 4a - 14$;

в) $2a^2 + 5a - 4$; *г*) $2a^2 + 14a + 24$.

5. Упростите выражение:

$(x - 7)(3x - 2) - (5x+ 1)(2x - 4)$.

а) $9x^2 - 5x + 8$; *б*) $-9x^2 - 5x + 18$;

в) $-x^2 + 7x + 18$; *г*) $9x^2 - 9x + 28$.

6. Выполните умножение:

$(x + 5)(x^2 + x- 6)$.

а) $x^3 + 6x^2 - x - 30$; *б*) $2x^3 + x^2 - x - 20$;

в) $x^3 + 3x^2 - 2x - 30$; *г*) $3x^3 + 8x^2 - 3x - 10$.

7. Упростите выражение и найдите его значение, если $x = -2{,}5$:

$(x + 7)(x - 3) - (x + 6)(x - 2)$.

а) 11; *б*) –9; *в*) –11; *г*) 9.

8. Найди ошибку:

а) $(a - 2)(4a^3 - 3a^2) = 4a^4 - 3a^3 - 8a^3 + 6a^2 = 4a^4 + 11a^3 + 6a^2$;

б) $(7p^2 - 2p)(8p - 5) = 56p^3 - 35p^2 - 16p^2 + 10p = 56p^3 - 51p^2 - 10p$

9. Решите уравнение:

$(3x-1)(2x+7)-(x+1)(6x-5)=16$

Для более лучшего усвоения темы можно использовать разноуровневые задания. При выполнении разноуровневых самостоятельных работ создаётся благоприятный психологический климат на уроке. Положительная оценка такой работы даёт дальнейший стимул к повышению уровня своих знаний. После выполнения самостоятельных и контрольных работ необходимо проводить тщательный анализ ошибок по каждому заданию.

Пример разноуровневой самостоятельной работы по теме «Умножение многочленов»:

Уровень «3»

1) $(x - 4) * (x - 2)$

2) $(5x - 3) * (4 - 3x)$

3) $(X^2 - У) * (X + У^2)$

Уровень «4»

1) $(a - b) * (a + b)$

2) $(1{,}2x - 2{,}3y) * (5x - 4y)$

3) $\left(\frac{16}{5}x^2 - \frac{5}{3}y\right) \cdot \left(\frac{5}{8} - 15Y\right)$

Уровень «5»

1) $(2a - 3b)*(2a + 3b)$

2) $\left(0{,}9ab^2 - 4bc^2\right) * \left(\frac{1}{6}a - \frac{1}{4}b\right)$

3) $(x^3 + 2x + 2)*(x^2 - x + 4)$

1) $(3a - 2b)*(3a + 2b)$

2) $\left(\frac{1}{7}x - \frac{1}{2}y\right) * \left(0{,}14 - 0{,}7x^2y\right)$

3) $(y^2 + 2y + 3)*(y^3 - y + 5)$

Нужно верить в способности любого ученика и стараться передать эту веру ему. Радоваться каждому шагу вперёд своего воспитанника. Помнить, что для учеников необходим период вживания в материал. Не нужно торопить их. Необходимо научиться ждать успеха ученика.